

SPHERICAL BESSEL FUNCTIONS—ORDERS 3-10

Table 10.2

x	$j_3(x)$	$j_4(x)$	$j_5(x)$	$j_6(x)$	$j_7(x)$	$j_8(x)$	$10^9 x^{-9} j_9(x)$	$10^{11} x^{-10} j_{10}(x)$
0.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	1.52734 93	7.27309 19
0.1	(-6) 9.5185	(-7) 1.0577	(-10) 9.6163	(-12) 7.3975	(-14) 4.9319	(-16) 2.9012	1.52698 56	7.27151 10
0.2	(-5) 7.6021	(-6) 1.6900	(-8) 3.0737	(-10) 4.7297	(-12) 6.3072	(-14) 7.4212	1.52589 53	7.26677 00
0.3	(-4) 2.5586	(-6) 8.5364	(-7) 2.3296	(-9) 5.3784	(-10) 1.0761	(-12) 1.8995	1.52407 96	7.25887 47
0.4	(-4) 6.0413	(-5) 2.6894	(-7) 9.7904	(-8) 3.0149	(-10) 8.0448	(-11) 1.8938	1.52154 09	7.24783 46
0.5	(-3) 1.1740	(-5) 6.5390	(-6) 2.9775	(-7) 1.1467	(-9) 3.8259	(-10) 1.1261	1.51828 26	7.23366 29
0.6	(-3) 2.0163	(-4) 1.3491	(-6) 7.3776	(-7) 3.4113	(-8) 1.3665	(-10) 4.8282	1.51430 88	7.21637 65
0.7	(-3) 3.1787	(-4) 2.4847	(-5) 1.5866	(-7) 8.5649	(-8) 4.0046	(-9) 1.6515	1.50962 48	7.19599 61
0.8	(-3) 4.7053	(-4) 4.2098	(-5) 3.0755	(-6) 1.8989	(-7) 1.0153	(-9) 4.7873	1.50423 66	7.17254 61
0.9	(-3) 6.6361	(-4) 6.6912	(-5) 5.5059	(-6) 3.8277	(-7) 2.3040	(-8) 1.2228	1.49815 12	7.14605 44
1.0	(-3) 9.0066	(-3) 1.0110	(-5) 9.2561	(-6) 7.1569	(-7) 4.7901	(-8) 2.8265	1.49137 65	7.11655 26
1.1	(-2) 1.1847	(-3) 1.4661	(-4) 1.4786	(-5) 1.2590	(-7) 9.2769	(-8) 6.0254	1.48392 11	7.08407 57
1.2	(-2) 1.5183	(-3) 2.0546	(-4) 2.2643	(-5) 2.1058	(-6) 1.6942	(-7) 1.2013	1.47579 48	7.04866 21
1.3	(-2) 1.9033	(-3) 2.7976	(-4) 3.3461	(-5) 3.3756	(-6) 2.9451	(-7) 2.2640	1.46700 80	7.01035 39
1.4	(-2) 2.3411	(-3) 3.7164	(-4) 4.7963	(-5) 5.2181	(-6) 4.9082	(-7) 4.0669	1.45757 18	6.96919 61
1.5	(-2) 2.8325	(-3) 4.8324	(-4) 6.6962	(-5) 7.8174	(-6) 7.8875	(-7) 7.0086	1.44749 84	6.92523 71
1.6	(-2) 3.3774	(-3) 6.1667	(-4) 9.1354	(-5) 1.1395	(-6) 1.2279	(-7) 1.1649	1.43680 05	6.87852 85
1.7	(-2) 3.9754	(-3) 7.7397	(-4) 1.2212	(-5) 1.6212	(-6) 1.8587	(-7) 1.8756	1.42549 17	6.82912 49
1.8	(-2) 4.6252	(-3) 9.5709	(-4) 1.6031	(-5) 2.2577	(-6) 2.7444	(-7) 2.9356	1.41358 63	6.77708 37
1.9	(-2) 5.3249	(-3) 1.1679	(-4) 2.0705	(-5) 3.0840	(-6) 3.9632	(-7) 4.4800	1.40109 93	6.72246 53
2.0	(-2) 6.0722	(-2) 1.4079	(-3) 2.6352	(-4) 4.1404	(-5) 5.6097	(-6) 6.6832	1.38804 63	6.66533 28
2.1	(-2) 6.8639	(-2) 1.6788	(-3) 3.3094	(-4) 5.4720	(-5) 7.7975	(-6) 9.7670	1.37444 35	6.60575 19
2.2	(-2) 7.6962	(-2) 1.9817	(-3) 4.1059	(-4) 7.1289	(-5) 1.0661	(-6) 1.4009	1.36030 78	6.54379 07
2.3	(-2) 8.5650	(-2) 2.3176	(-3) 5.0375	(-4) 9.1665	(-5) 1.4358	(-6) 1.9754	1.34565 67	6.47951 98
2.4	(-2) 9.4654	(-2) 2.6872	(-3) 6.1171	(-4) 1.1645	(-5) 1.9071	(-6) 2.7420	1.33050 81	6.41301 19
2.5	(-1) 1.0392	(-2) 3.0911	(-3) 7.3576	(-4) 1.4630	(-5) 2.5009	(-6) 3.7516	1.31488 05	6.34434 22
2.6	(-1) 1.1339	(-2) 3.5292	(-3) 8.7717	(-4) 1.8192	(-5) 3.2410	(-6) 5.0647	1.29879 28	6.27358 74
2.7	(-1) 1.2301	(-2) 4.0014	(-3) 1.0372	(-4) 2.2404	(-5) 4.1542	(-6) 6.7532	1.28226 44	6.20082 63
2.8	(-1) 1.3270	(-2) 4.5071	(-3) 1.2169	(-4) 2.7345	(-5) 5.2705	(-6) 8.9013	1.26531 50	6.12613 95
2.9	(-1) 1.4241	(-2) 5.0454	(-3) 1.4174	(-4) 3.3096	(-5) 6.6231	(-6) 1.1607	1.24796 48	6.04960 91
3.0	(-1) 1.5205	(-2) 5.6150	(-3) 1.6397	(-4) 3.9744	(-5) 8.2484	(-6) 1.4983	1.23023 41	5.97131 85
3.1	(-1) 1.6156	(-2) 6.2142	(-3) 1.8848	(-4) 4.7374	(-5) 1.0187	(-6) 1.9160	1.21214 38	5.89135 26
3.2	(-1) 1.7087	(-2) 6.8409	(-3) 2.1532	(-4) 5.6074	(-5) 1.2481	(-6) 2.4283	1.19371 48	5.80979 75
3.3	(-1) 1.7989	(-2) 7.4929	(-3) 2.4457	(-4) 6.5935	(-5) 1.5177	(-6) 3.0520	1.17496 82	5.72674 00
3.4	(-1) 1.8857	(-2) 8.1673	(-3) 2.7626	(-4) 7.7045	(-5) 1.8326	(-6) 3.8056	1.15592 54	5.64226 82
3.5	(-1) 1.9681	(-2) 8.8610	(-3) 3.1042	(-4) 8.9491	(-5) 2.1980	(-6) 4.7098	1.13660 79	5.55647 05
3.6	(-1) 2.0456	(-2) 9.5706	(-3) 3.4705	(-4) 1.0336	(-5) 2.6195	(-6) 5.7875	1.11703 73	5.46943 61
3.7	(-1) 2.1174	(-2) 1.0292	(-3) 3.8614	(-4) 1.1873	(-5) 3.1030	(-6) 7.0639	1.09723 52	5.38125 47
3.8	(-1) 2.1829	(-2) 1.1022	(-3) 4.2765	(-4) 1.3569	(-5) 3.6544	(-6) 8.5665	1.07722 33	5.29201 62
3.9	(-1) 2.2414	(-2) 1.1756	(-3) 4.7151	(-4) 1.5429	(-5) 4.2801	(-6) 1.0325	1.05702 31	5.20181 05
4.0	(-1) 2.2924	(-2) 1.2489	(-3) 5.1766	(-4) 1.7462	(-5) 4.9865	(-6) 1.2372	1.03665 63	5.11072 78
4.1	(-1) 2.3354	(-2) 1.3217	(-3) 5.6596	(-4) 1.9673	(-5) 5.7801	(-6) 1.4743	1.01614 44	5.01885 80
4.2	(-1) 2.3697	(-2) 1.3935	(-3) 6.1630	(-4) 2.2065	(-5) 6.6676	(-6) 1.7473	0.99550 88	4.92629 07
4.3	(-1) 2.3951	(-2) 1.4637	(-3) 6.6851	(-4) 2.4645	(-5) 7.6554	(-6) 2.0603	0.97477 06	4.83311 51
4.4	(-1) 2.4110	(-2) 1.5319	(-3) 7.2242	(-4) 2.7413	(-5) 8.7501	(-6) 2.4174	0.95395 10	4.73942 00
4.5	(-1) 2.4174	(-2) 1.5976	(-3) 7.7780	(-4) 3.0371	(-5) 9.9581	(-6) 2.8229	0.93307 06	4.64529 34
4.6	(-1) 2.4138	(-2) 1.6602	(-3) 8.3444	(-4) 3.3520	(-5) 1.1286	(-6) 3.2814	0.91215 01	4.55082 25
4.7	(-1) 2.4001	(-2) 1.7193	(-3) 8.9207	(-4) 3.6857	(-5) 1.2739	(-6) 3.7976	0.89120 97	4.45609 35
4.8	(-1) 2.3763	(-2) 1.7743	(-3) 9.5043	(-4) 4.0381	(-5) 1.4322	(-6) 4.3763	0.87026 94	4.36119 18
4.9	(-1) 2.3423	(-2) 1.8247	(-3) 1.0092	(-4) 4.4086	(-5) 1.6042	(-6) 5.0226	0.84934 88	4.26620 13
5.0	(-1) 2.2982	(-2) 1.8702	(-3) 1.0681	(-4) 4.7967	(-5) 1.7903	(-6) 5.7414	0.82846 70	4.17120 50

$$j_n(x) = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} x J_{n+\frac{1}{2}}(x)$$

$$\begin{bmatrix} (-5)9 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (-4)4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Compiled from National Bureau of Standards, Tables of spherical Bessel functions, vols. I, II. Columbia Univ. Press, New York, N.Y., 1947 (with permission).

Table 10.2

SPHERICAL BESSEL FUNCTIONS—ORDERS 3–10

x	$y_3(x)$	$y_4(x)$	$y_5(x)$	$y_6(x)$	$y_7(x)$	$y_8(x)$	$10^{-8}x^{10}y_9(x)$	$10^{-9}x^{11}y_{10}(x)$
0.0	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	-0.34459 42	-0.65472 90
0.1	(5) -1.5015	(7) -1.0507	(8) -9.4553	(11) -1.0400	(13) -1.3519	(15) -2.0277	-0.34469 56	-0.65490 14
0.2	(3) -9.4126	(5) -3.2906	(7) -1.4798	(8) -8.1359	(10) -5.2868	(12) -3.9643	-0.34499 99	-0.65541 86
0.3	(3) -1.8686	(4) -4.3489	(6) -1.3028	(7) -4.7726	(9) -2.0668	(11) -1.0329	-0.34550 77	-0.65628 18
0.4	(2) -5.9544	(4) -1.0372	(5) -2.3278	(6) -6.3910	(8) -2.0747	(9) -7.7739	-0.34622 02	-0.65749 23
0.5	(2) -2.4613	(3) -3.4208	(4) -6.1328	(6) -1.3458	(7) -3.4929	(9) -1.0465	-0.34713 86	-0.65905 23
0.6	(2) -1.2004	(3) -1.3857	(4) -2.0665	(5) -3.7747	(6) -8.1579	(8) -2.0357	-0.34826 48	-0.66096 47
0.7	(1) -6.5670	(2) -6.4716	(3) -8.2549	(5) -1.2907	(6) -2.3888	(7) -5.1060	-0.34960 12	-0.66323 28
0.8	(1) -3.9102	(2) -3.3557	(3) -3.7361	(4) -5.1035	(5) -8.2559	(7) -1.5429	-0.35115 04	-0.66586 06
0.9	(1) -2.4854	(2) -1.8854	(3) -1.8606	(4) -2.2552	(5) -3.2389	(6) -5.3756	-0.35291 56	-0.66885 29
1.0	(1) -1.6643	(2) -1.1290	(2) -9.9944	(4) -1.0881	(5) -1.4045	(6) -2.0959	-0.35490 04	-0.67221 50
1.1	(1) -1.1631	(1) -7.1198	(2) -5.7090	(3) -5.6378	(4) -6.6058	(5) -8.9515	-0.35710 89	-0.67595 30
1.2	(0) -8.4253	(1) -4.6879	(2) -3.4317	(3) -3.0988	(4) -3.3227	(5) -4.1224	-0.35954 56	-0.68007 37
1.3	(0) -6.2927	(1) -3.2014	(2) -2.1534	(1) -1.7901	(4) -1.7686	(5) -2.0227	-0.36221 57	-0.68458 47
1.4	(0) -4.8264	(1) -2.2559	(2) -1.4020	(3) -1.0790	(3) -9.8790	(5) -1.0477	-0.36512 46	-0.68949 42
1.5	(0) -3.7893	(1) -1.6338	(1) -9.4236	(2) -6.7473	(3) -5.7534	(4) -5.6859	-0.36827 87	-0.69481 14
1.6	(0) -3.0374	(1) -1.2120	(1) -6.5140	(2) -4.3572	(3) -3.4751	(4) -3.2143	-0.37168 46	-0.70054 60
1.7	(0) -2.4804	(0) -9.1871	(1) -4.6157	(2) -2.8948	(3) -2.1675	(4) -1.8835	-0.37534 96	-0.70670 90
1.8	(0) -2.0598	(0) -7.0994	(1) -3.3437	(2) -1.9724	(3) -1.3911	(4) -1.1395	-0.37928 17	-0.71331 20
1.9	(0) -1.7366	(0) -5.5830	(1) -2.4709	(2) -1.3747	(2) -9.1587	(3) -7.0931	-0.38348 96	-0.72036 75
2.0	(0) -1.4844	(0) -4.4613	(1) -1.8591	(1) -7.7792	(2) -6.1705	(3) -4.5301	-0.38798 26	-0.72788 93
2.1	(0) -1.2846	(0) -3.6178	(1) -1.4220	(1) -7.0870	(2) -4.2450	(3) -2.9613	-0.39277 08	-0.73589 19
2.2	(0) -1.1242	(0) -2.9740	(1) -1.1042	(1) -5.2238	(2) -2.9764	(3) -1.9771	-0.39786 50	-0.74439 11
2.3	(-1) -9.9368	(0) -2.4760	(0) -8.6948	(1) -3.9108	(2) -2.1235	(3) -1.3458	-0.40327 71	-0.75340 38
2.4	(-1) -8.8622	(0) -2.0858	(0) -6.9354	(1) -2.9702	(2) -1.5395	(2) -9.3247	-0.40901 97	-0.76294 81
2.5	(-1) -7.9660	(0) -1.7766	(0) -5.5991	(1) -2.2859	(2) -1.1327	(2) -6.5676	-0.41510 62	-0.77304 34
2.6	(-1) -7.2096	(0) -1.5290	(0) -4.5716	(1) -1.7812	(1) -8.4491	(2) -4.6963	-0.42155 14	-0.78371 06
2.7	(-1) -6.5632	(0) -1.3287	(0) -3.7725	(1) -1.4041	(1) -6.3832	(2) -3.4058	-0.42837 10	-0.79497 18
2.8	(-1) -6.0041	(0) -1.1651	(0) -3.1446	(1) -1.1189	(1) -4.8802	(2) -2.5025	-0.43558 18	-0.80685 08
2.9	(-1) -5.5144	(0) -1.0303	(0) -2.6462	(0) -9.0069	(1) -3.7729	(2) -1.8615	-0.44320 20	-0.81937 31
3.0	(-1) -5.0802	(-1) -9.1835	(0) -2.2470	(0) -7.3207	(1) -2.9476	(2) -1.4006	-0.45125 11	-0.83256 59
3.1	(-1) -4.6905	(-1) -8.2448	(0) -1.9246	(0) -6.0048	(1) -2.3257	(2) -1.0653	-0.45975 01	-0.84645 82
3.2	(-1) -4.3365	(-1) -7.4514	(0) -1.6621	(0) -4.9682	(1) -1.8521	(1) -8.1850	-0.46872 14	-0.86108 11
3.3	(-1) -4.0112	(-1) -6.7752	(0) -1.4467	(0) -4.1447	(1) -1.4881	(1) -6.3496	-0.47818 95	-0.87646 78
3.4	(-1) -3.7091	(-1) -6.1940	(0) -1.2687	(0) -3.4851	(1) -1.2057	(1) -4.9707	-0.48818 03	-0.89265 39
3.5	(-1) -3.4257	(-1) -5.6901	(0) -1.1206	(0) -2.9528	(0) -9.8471	(1) -3.9249	-0.49872 20	-0.90967 72
3.6	(-1) -3.1573	(-1) -5.2492	(-1) -9.9657	(0) -2.5201	(0) -8.1040	(1) -3.1246	-0.50984 49	-0.92757 84
3.7	(-1) -2.9012	(-1) -4.8600	(-1) -8.9204	(0) -2.1660	(0) -6.7182	(1) -2.5070	-0.52158 17	-0.94640 10
3.8	(-1) -2.6551	(-1) -4.5131	(-1) -8.0339	(0) -1.8743	(0) -5.6086	(1) -2.0265	-0.53396 75	-0.96619 15
3.9	(-1) -2.4173	(-1) -4.2011	(-1) -7.2774	(0) -1.6325	(0) -4.7139	(1) -1.6498	-0.54704 05	-0.98699 97
4.0	(-1) -2.1864	(-1) -3.9175	(-1) -6.6280	(0) -1.4310	(0) -3.9878	(1) -1.3523	-0.56084 19	-1.00887 91
4.1	(-1) -1.9615	(-1) -3.6574	(-1) -6.0670	(0) -1.2620	(0) -3.3947	(1) -1.1158	-0.57541 63	-1.03188 69
4.2	(-1) -1.7418	(-1) -3.4165	(-1) -5.5793	(0) -1.1196	(0) -2.9075	(0) -9.2642	-0.59081 20	-1.05608 44
4.3	(-1) -1.5269	(-1) -3.1913	(-1) -5.1525	(-1) -9.9895	(0) -2.5048	(0) -7.7389	-0.60708 14	-1.08153 78
4.4	(-1) -1.3165	(-1) -2.9788	(-1) -4.7765	(-1) -8.9625	(0) -2.1704	(0) -6.5027	-0.62428 15	-1.10831 79
4.5	(-1) -1.1107	(-1) -2.7768	(-1) -4.4430	(-1) -8.0839	(0) -1.8910	(0) -5.4951	-0.64247 43	-1.13650 10
4.6	(-2) -9.0931	(-1) -2.5833	(-1) -4.1450	(-1) -7.3286	(0) -1.6566	(0) -4.6692	-0.66172 73	-1.16616 90
4.7	(-2) -7.1268	(-1) -2.3966	(-1) -3.8766	(-1) -6.6763	(0) -1.4590	(0) -3.9887	-0.68211 42	-1.19741 05
4.8	(-2) -5.2107	(-1) -2.2155	(-1) -3.6331	(-1) -6.1102	(0) -1.2915	(0) -3.4251	-0.70371 55	-1.23032 08
4.9	(-2) -3.3484	(-1) -2.0390	(-1) -3.4102	(-1) -5.6166	(0) -1.1491	(0) -2.9560	-0.72661 94	-1.26500 29
5.0	(-2) -1.5443	(-1) -1.8662	(-1) -3.2047	(-1) -5.1841	(0) -1.0274	(0) -2.5638	-0.75092 23	-1.30156 80

$$y_n(x) = \sqrt{\frac{1}{2}\pi/x} Y_{n+\frac{1}{2}}(x) = (-1)^{n+1} \sqrt{\frac{1}{2}\pi/x} J_{-(n+\frac{1}{2})}(x)$$

$$\left[\begin{matrix} (-4)2 \\ 5 \end{matrix} \right]$$

$$\left[\begin{matrix} (-4)2 \\ 5 \end{matrix} \right]$$

SPHERICAL BESSEL FUNCTIONS—ORDERS 3-10

Table 10.2

x	$j_3(x)$	$j_4(x)$	$j_5(x)$	$j_6(x)$	$j_7(x)$	$j_8(x)$	$10^9 x^{-9} j_9(x)$	$10^{11} x^{-10} j_{10}(x)$
5.0	(-1) 2.2982	(-1) 1.8702	(-1) 1.0681	(-2) 4.7967	(-2) 1.7903	(-3) 5.7414	0.82846 70	4.17120 50
5.1	(-1) 2.2441	(-1) 1.9102	(-1) 1.1268	(-2) 5.2015	(-2) 1.9908	(-3) 6.5379	0.80764 29	4.07628 42
5.2	(-1) 2.1803	(-1) 1.9443	(-1) 1.1849	(-2) 5.6221	(-2) 2.2061	(-3) 7.4172	0.78689 50	3.98151 88
5.3	(-1) 2.1069	(-1) 1.9722	(-1) 1.2421	(-2) 6.0573	(-2) 2.4365	(-3) 8.3843	0.76624 10	3.88698 72
5.4	(-1) 2.0245	(-1) 1.9935	(-1) 1.2980	(-2) 6.5057	(-2) 2.6821	(-3) 9.4443	0.74569 86	3.79276 59
5.5	(-1) 1.9335	(-1) 2.0078	(-1) 1.3522	(-2) 6.9660	(-2) 2.9429	(-2) 1.0602	0.72528 47	3.69892 98
5.6	(-1) 1.8340	(-1) 2.0150	(-1) 1.4044	(-2) 7.4364	(-2) 3.2191	(-2) 1.1862	0.70501 58	3.60555 18
5.7	(-1) 1.7270	(-1) 2.0147	(-1) 1.4542	(-2) 7.9151	(-2) 3.5104	(-2) 1.3229	0.68490 78	3.51270 30
5.8	(-1) 1.6131	(-1) 2.0069	(-1) 1.5011	(-2) 8.4000	(-2) 3.8166	(-2) 1.4707	0.66497 60	3.42045 23
5.9	(-1) 1.4928	(-1) 1.9913	(-1) 1.5448	(-2) 8.8889	(-2) 4.1374	(-2) 1.6299	0.64523 54	3.32886 66
6.0	(-1) 1.3669	(-1) 1.9679	(-1) 1.5850	(-2) 9.3796	(-2) 4.4722	(-2) 1.8010	0.62570 01	3.23801 06
6.1	(-1) 1.2361	(-1) 1.9367	(-1) 1.6213	(-2) 9.8696	(-2) 4.8205	(-2) 1.9842	0.60638 37	3.14794 66
6.2	(-1) 1.1014	(-1) 1.8977	(-1) 1.6533	(-1) 1.0356	(-2) 5.1815	(-2) 2.1797	0.58729 93	3.05873 50
6.3	(-2) 9.6346	(-1) 1.8509	(-1) 1.6807	(-1) 1.0837	(-2) 5.5543	(-2) 2.3877	0.56845 94	2.97043 34
6.4	(-2) 8.2324	(-1) 1.7966	(-1) 1.7033	(-1) 1.1309	(-2) 5.9379	(-2) 2.6084	0.54987 57	2.88309 73
6.5	(-2) 6.8161	(-1) 1.7349	(-1) 1.7206	(-1) 1.1769	(-2) 6.3311	(-2) 2.8417	0.53155 94	2.79677 98
6.6	(-2) 5.3947	(-1) 1.6661	(-1) 1.7325	(-1) 1.2214	(-2) 6.7327	(-2) 3.0876	0.51352 10	2.71153 12
6.7	(-2) 3.9773	(-1) 1.5905	(-1) 1.7388	(-1) 1.2642	(-2) 7.1412	(-2) 3.3461	0.49577 04	2.62739 98
6.8	(-2) 2.5729	(-1) 1.5084	(-1) 1.7391	(-1) 1.3049	(-2) 7.5551	(-2) 3.6168	0.47831 68	2.54443 09
6.9	(-2) +1.1905	(-1) 1.4203	(-1) 1.7335	(-1) 1.3432	(-2) 7.9728	(-2) 3.8996	0.46116 89	2.46266 76
7.0	(-3) -1.6120	(-1) 1.3265	(-1) 1.7217	(-1) 1.3789	(-2) 8.3923	(-2) 4.1940	0.44433 45	2.38215 03
7.1	(-2) -1.4736	(-1) 1.2277	(-1) 1.7036	(-1) 1.4117	(-2) 8.8118	(-2) 4.4994	0.42782 11	2.30291 70
7.2	(-2) -2.7385	(-1) 1.1243	(-1) 1.6793	(-1) 1.4412	(-2) 9.2292	(-2) 4.8154	0.41163 52	2.22500 27
7.3	(-2) -3.9479	(-1) 1.0170	(-1) 1.6486	(-1) 1.4672	(-2) 9.6425	(-2) 5.1412	0.39578 30	2.14844 05
7.4	(-2) -5.0945	(-2) 9.0628	(-1) 1.6117	(-1) 1.4895	(-1) 1.0049	(-2) 5.4759	0.38026 97	2.07326 03
7.5	(-2) -6.1713	(-2) 7.9285	(-1) 1.5685	(-1) 1.5077	(-1) 1.0448	(-2) 5.8188	0.36510 02	1.99948 99
7.6	(-2) -7.1719	(-2) 6.7736	(-1) 1.5193	(-1) 1.5217	(-1) 1.0835	(-2) 6.1686	0.35027 86	1.92715 45
7.7	(-2) -8.0904	(-2) 5.6051	(-1) 1.4642	(-1) 1.5312	(-1) 1.1209	(-2) 6.5244	0.33580 85	1.85627 66
7.8	(-2) -8.9217	(-2) 4.4300	(-1) 1.4033	(-1) 1.5360	(-1) 1.1568	(-2) 6.8849	0.32169 28	1.78687 63
7.9	(-2) -9.6613	(-2) 3.2552	(-1) 1.3370	(-1) 1.5361	(-1) 1.1908	(-2) 7.2486	0.30793 39	1.71897 14
8.0	(-1) -1.0305	(-2) 2.0880	(-1) 1.2654	(-1) 1.5312	(-1) 1.2227	(-2) 7.6143	0.29453 36	1.65257 72
8.1	(-1) -1.0851	(-3) +9.3549	(-1) 1.1890	(-1) 1.5212	(-1) 1.2524	(-2) 7.9804	0.28149 30	1.58770 64
8.2	(-1) -1.1296	(-3) -1.9533	(-1) 1.1081	(-1) 1.5060	(-1) 1.2795	(-2) 8.3451	0.26881 29	1.52436 97
8.3	(-1) -1.1638	(-2) -1.2975	(-1) 1.0231	(-1) 1.4857	(-1) 1.3039	(-2) 8.7069	0.25649 33	1.46257 53
8.4	(-1) -1.1877	(-2) -2.3644	(-2) 9.3440	(-1) 1.4601	(-1) 1.3252	(-2) 9.0640	0.24453 39	1.40232 92
8.5	(-1) -1.2014	(-2) -3.3894	(-2) 8.4249	(-1) 1.4292	(-1) 1.3434	(-2) 9.4145	0.23293 38	1.34363 53
8.6	(-1) -1.2048	(-2) -4.3664	(-2) 7.4784	(-1) 1.3932	(-1) 1.3581	(-2) 9.7564	0.22169 16	1.28649 51
8.7	(-1) -1.1982	(-2) -5.2894	(-2) 6.5099	(-1) 1.3520	(-1) 1.3693	(-1) 1.0088	0.21080 54	1.23090 84
8.8	(-1) -1.1817	(-2) -6.1529	(-2) 5.5245	(-1) 1.3059	(-1) 1.3767	(-1) 1.0407	0.20027 29	1.17687 25
8.9	(-1) -1.1558	(-2) -6.9520	(-2) 4.5278	(-1) 1.2548	(-1) 1.3801	(-1) 1.0712	0.19009 14	1.12438 32
9.0	(-1) -1.1207	(-2) -7.6819	(-2) 3.5255	(-1) 1.1991	(-1) 1.3795	(-1) 1.1000	0.18025 78	1.07343 42
9.1	(-1) -1.0770	(-2) -8.3387	(-2) 2.5233	(-1) 1.1389	(-1) 1.3746	(-1) 1.1270	0.17076 84	1.02401 72
9.2	(-1) -1.0252	(-2) -8.9186	(-2) 1.5269	(-1) 1.0744	(-1) 1.3655	(-1) 1.1520	0.16161 93	0.97612 24
9.3	(-2) -9.6572	(-2) -9.4187	(-3) +5.4232	(-1) 1.0060	(-1) 1.3520	(-1) 1.1747	0.15280 62	0.92973 83
9.4	(-2) -8.9931	(-2) -9.8365	(-3) -4.2485	(-2) 9.3394	(-1) 1.3341	(-1) 1.1949	0.14432 46	0.88485 16
9.5	(-2) -8.2662	(-1) -1.0170	(-2) -1.3689	(-2) 8.5853	(-1) 1.3117	(-1) 1.2126	0.13616 93	0.84144 75
9.6	(-2) -7.4836	(-1) -1.0419	(-2) -2.2842	(-2) 7.8016	(-1) 1.2849	(-1) 1.2275	0.12833 53	0.79950 99
9.7	(-2) -6.6527	(-1) -1.0582	(-2) -3.1654	(-2) 6.9921	(-1) 1.2536	(-1) 1.2394	0.12081 68	0.75902 10
9.8	(-2) -5.7814	(-1) -1.0659	(-2) -4.0072	(-2) 6.1608	(-1) 1.2180	(-1) 1.2482	0.11360 83	0.71996 20
9.9	(-2) -4.8776	(-1) -1.0651	(-2) -4.8048	(-2) 5.3120	(-1) 1.1780	(-1) 1.2537	0.10670 35	0.68231 26
10.0	(-2) -3.9496	(-1) -1.0559	(-2) -5.5535	(-2) 4.4501	(-1) 1.1339	(-1) 1.2558	0.10009 64	0.64605 15

$$j_n(x) = \sqrt{\frac{1}{2}} \pi / x J_{n+\frac{1}{2}}(x)$$

$$\begin{bmatrix} (-5)5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (-4)2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Table 10.2

SPHERICAL BESSEL FUNCTIONS—ORDERS 3-10

x	$y_3(x)$	$y_4(x)$	$y_5(x)$	$y_6(x)$	$y_7(x)$	$y_8(x)$	$10^{-8}x^{10}y_9(x)$	$10^{-9}x^{11}y_{10}(x)$
5.0	(-2)-1.5443	(-1)-1.8662	(-1)-3.2047	(-1)-5.1841	(0)-1.0274	(0)-2.5638	-0.75092 23	-1.30156 80
5.1	(-3)+1.9691	(-1)-1.6965	(-1)-3.0134	(-1)-4.8031	(-1)-9.2298	(0)-2.2343	-0.77673 01	-1.34013 68
5.2	(-2) 1.8700	(-1)-1.5295	(-1)-2.8341	(-1)-4.4658	(-1)-8.3305	(0)-1.9564	-0.80415 92	-1.38083 98
5.3	(-2) 3.4698	(-1)-1.3649	(-1)-2.6647	(-1)-4.1656	(-1)-7.5528	(0)-1.7210	-0.83333 74	-1.42381 86
5.4	(-2) 4.9908	(-1)-1.2025	(-1)-2.5033	(-1)-3.8967	(-1)-6.8777	(0)-1.5208	-0.86440 56	-1.46922 70
5.5	(-2) 6.4276	(-1)-1.0424	(-1)-2.3484	(-1)-3.6545	(-1)-6.2895	(0)-1.3499	-0.89751 90	-1.51723 25
5.6	(-2) 7.7750	(-2)-8.8447	(-1)-2.1990	(-1)-3.4349	(-1)-5.7750	(0)-1.2034	-0.93284 85	-1.56801 75
5.7	(-2) 9.0279	(-2)-7.2898	(-1)-2.0538	(-1)-3.2345	(-1)-5.3232	(0)-1.0774	-0.97058 31	-1.62178 08
5.8	(-1) 1.0182	(-2)-5.7610	(-1)-1.9121	(-1)-3.0503	(-1)-4.9248	(-1)-9.6863	-1.01093 09	-1.67873 97
5.9	(-1) 1.1232	(-2)-4.2612	(-1)-1.7732	(-1)-2.8799	(-1)-4.5723	(-1)-8.7446	-1.05412 18	-1.73913 16
6.0	(-1) 1.2175	(-2)-2.7936	(-1)-1.6365	(-1)-2.7210	(-1)-4.2589	(-1)-7.9262	-1.10040 93	-1.80321 67
6.1	(-1) 1.3007	(-2)-1.3619	(-1)-1.5017	(-1)-2.5717	(-1)-3.9791	(-1)-7.2128	-1.15007 32	-1.87128 02
6.2	(-1) 1.3726	(-4)+2.9727	(-1)-1.3683	(-1)-2.4306	(-1)-3.7281	(-1)-6.5889	-1.20342 16	-1.94363 49
6.3	(-1) 1.4329	(-2) 1.3770	(-1)-1.2362	(-1)-2.2961	(-1)-3.5018	(-1)-6.0416	-1.26079 38	-2.02062 45
6.4	(-1) 1.4815	(-2) 2.6754	(-1)-1.1052	(-1)-2.1672	(-1)-3.2969	(-1)-5.5598	-1.32256 26	-2.10262 69
6.5	(-1) 1.5183	(-2) 3.9204	(-2)-9.7544	(-1)-2.0428	(-1)-3.1101	(-1)-5.1344	-1.38913 71	-2.19005 78
6.6	(-1) 1.5432	(-2) 5.1073	(-2)-8.4678	(-1)-1.9220	(-1)-2.9390	(-1)-4.7576	-1.46096 57	-2.28337 46
6.7	(-1) 1.5564	(-2) 6.2315	(-2)-7.1937	(-1)-1.8042	(-1)-2.7813	(-1)-4.4227	-1.53853 78	-2.38308 14
6.8	(-1) 1.5580	(-2) 7.2886	(-2)-5.9337	(-1)-1.6887	(-1)-2.6351	(-1)-4.1239	-1.62238 69	-2.48973 26
6.9	(-1) 1.5482	(-2) 8.2743	(-2)-4.6896	(-1)-1.5751	(-1)-2.4985	(-1)-3.8565	-1.71309 24	-2.60393 95
7.0	(-1) 1.5273	(-2) 9.1846	(-2)-3.4641	(-1)-1.4628	(-1)-2.3703	(-1)-3.6163	-1.81128 11	-2.72637 44
7.1	(-1) 1.4956	(-1) 1.0016	(-2)-2.2599	(-1)-1.3517	(-1)-2.2489	(-1)-3.3996	-1.91762 85	-2.85777 73
7.2	(-1) 1.4535	(-1) 1.0764	(-2)-1.0801	(-1)-1.2414	(-1)-2.1334	(-1)-3.2032	-2.03285 95	-2.99896 17
7.3	(-1) 1.4016	(-1) 1.1427	(-4)+7.1768	(-1)-1.1319	(-1)-2.0228	(-1)-3.0246	-2.15774 75	-3.15082 08
7.4	(-1) 1.3404	(-1) 1.2001	(-2) 1.1922	(-1)-1.0229	(-1)-1.9162	(-1)-2.8613	-2.29311 31	-3.31433 45
7.5	(-1) 1.2705	(-1) 1.2485	(-2) 2.2774	(-2)-9.1449	(-1)-1.8129	(-1)-2.7112	-2.43982 13	-3.49057 53
7.6	(-1) 1.1925	(-1) 1.2877	(-2) 3.3235	(-2)-8.0665	(-1)-1.7122	(-1)-2.5726	-2.59877 67	-3.68071 56
7.7	(-1) 1.1073	(-1) 1.3176	(-2) 4.3267	(-2)-6.9945	(-1)-1.6136	(-1)-2.4439	-2.77091 77	-3.88603 37
7.8	(-1) 1.0156	(-1) 1.3380	(-2) 5.2830	(-2)-5.9299	(-1)-1.5166	(-1)-2.3236	-2.95720 73	-4.10791 96
7.9	(-2) 9.1812	(-1) 1.3491	(-2) 6.1887	(-2)-4.8741	(-1)-1.4209	(-1)-2.2106	-3.15862 24	-4.34788 05
8.0	(-2) 8.1577	(-1) 1.3509	(-2) 7.0400	(-2)-3.8290	(-1)-1.3262	(-1)-2.1038	-3.37613 93	-4.60754 55
8.1	(-2) 7.0941	(-1) 1.3435	(-2) 7.8334	(-2)-2.7968	(-1)-1.2322	(-1)-2.0022	-3.61071 67	-4.88866 85
8.2	(-2) 5.9992	(-1) 1.3270	(-2) 8.5654	(-2)-1.7798	(-1)-1.1387	(-1)-1.9050	-3.86327 49	-5.19312 95
8.3	(-2) 4.8821	(-1) 1.3017	(-2) 9.2329	(-3)-7.8077	(-1)-1.0456	(-1)-1.8115	-4.13466 98	-5.52293 51
8.4	(-2) 3.7517	(-1) 1.2679	(-2) 9.8330	(-3)+1.9747	(-2)-9.5274	(-1)-1.7211	-4.42566 38	-5.88021 45
8.5	(-2) 2.6172	(-1) 1.2259	(-1) 1.0363	(-2) 1.1519	(-2)-8.6015	(-1)-1.6331	-4.73689 09	-6.26721 41
8.6	(-2) 1.4876	(-1) 1.1762	(-1) 1.0821	(-2) 2.0793	(-2)-7.6780	(-1)-1.5471	-5.06881 69	-6.68628 70
8.7	(-3)+3.7160	(-1) 1.1191	(-1) 1.1205	(-2) 2.9765	(-2)-6.7573	(-1)-1.4627	-5.42169 35	-7.13987 95
8.8	(-3)-7.2210	(-1) 1.0551	(-1) 1.1513	(-2) 3.8403	(-2)-5.8403	(-1)-1.3795	-5.79550 68	-7.63051 13
8.9	(-2)-1.7852	(-2) 9.8492	(-1) 1.1745	(-2) 4.6672	(-2)-4.9278	(-1)-1.2973	-6.18991 88	-8.16074 96
9.0	(-2)-2.8097	(-2) 9.0898	(-1) 1.1899	(-2) 5.4540	(-2)-4.0214	(-1)-1.2156	-6.60420 33	-8.73317 65
9.1	(-2)-3.7880	(-2) 8.2794	(-1) 1.1976	(-2) 6.1976	(-2)-3.1227	(-1)-1.1345	-7.03717 50	-9.35034 96
9.2	(-2)-4.7130	(-2) 7.4246	(-1) 1.1976	(-2) 6.8948	(-2)-2.2335	(-1)-1.0536	-7.48710 59	-10.01475 2
9.3	(-2)-5.5782	(-2) 6.5321	(-1) 1.1900	(-2) 7.5427	(-2)-1.3560	(-2)-9.7298	-7.95166 19	-10.72873 2
9.4	(-2)-6.3774	(-2) 5.6089	(-1) 1.1748	(-2) 8.1384	(-3)-4.9250	(-2)-8.9243	-8.42777 38	-11.49443 4
9.5	(-2)-7.1053	(-2) 4.6623	(-1) 1.1522	(-2) 8.6793	(-3)+3.5462	(-2)-8.1193	-8.91157 56	-12.31371 5
9.6	(-2)-7.7572	(-2) 3.6995	(-1) 1.1225	(-2) 9.1630	(-2) 1.1827	(-2)-7.3150	-9.39828 63	-13.18805 0
9.7	(-2)-8.3288	(-2) 2.7280	(-1) 1.0860	(-2) 9.5874	(-2) 1.9892	(-2)-6.5114	-9.88210 58	-14.11841 9
9.8	(-2)-8.8169	(-2) 1.7550	(-1) 1.0429	(-2) 9.9507	(-2) 2.7712	(-2)-5.7090	-10.35610 3	-15.10518 2
9.9	(-2)-9.2189	(-3)+7.8793	(-2) 9.9352	(-1) 1.0251	(-2) 3.5259	(-2)-4.9088	-10.81210 4	-16.14793 9
10.0	(-2)-9.5327	(-3)-1.6599	(-2) 9.3834	(-1) 1.0488	(-2) 4.2506	(-2)-4.1117	-11.24057 9	-17.24536 7

$$y_n(x) = \sqrt{\frac{1}{2}\pi/x} Y_{n+\frac{1}{2}}(x) = (-1)^{n+1} \sqrt{\frac{1}{2}\pi/x} J_{-(n+\frac{1}{2})}(x) \quad \begin{bmatrix} (-3)3 \\ 6 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} (-3)7 \\ 6 \end{bmatrix}$$